الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان در مسأله‌ی بهره برداری بهینه از مخازن سدها : مطالعه‌ی مقایسه‌ای چهار الگوریتم★

محمد هادی افشار(۱) سید ابراهیم رضایی سنگدهی(۲) رامتین معینی(۳)

چکیده *بهره‌برداری بهینه از مخازن سدها از جمله مسایل مهم در علوم مهندسی آب است که روش‌های بهینه‌سازی متعددی به‌منظور حل آن به‌کار گرفته شده است. امروزه کارشناسان مهندسی آب به استفاده از الگوریتم‌های فراکاوشی به‌منظور حل این مسأله گرایش پیدا کرده‌اند. یکی از این الگوریتم‌ها، الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان است که بر مبنای شبیه‌سازی رفتار جستجوی غذا در جامعه‌ی مورچگان ارائه شده است. در این تحقیق قابلیت‌های چهار الگوریتم مختلف از الگوریتم‌های بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان به‌نام‌های الگوریتم پایه‌ی سیستم مورچگان، الگوریتم سیستم مورچگان نخبه، الگوریتم سیستم مورچگان ترتیبی و الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه-کمینه به‌منظور حل دو مسأله‌ی تک هدفه‌ی بهره‌برداری از مخزن سد دز به‌منظور تأمین آب مورد نیاز (بهره‌برداری ساده) و بهره‌برداری برقابی از مخزن سد دز مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان، الگوریتمی مناسب در حل مسایل بهره‌برداری از مخازن سدها می باشد. هم‌چنین، از میان الگوریتم‌های مورد مطالعه، الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه - کمینه به‌منظور حل مسایل مورد نظر مناسب‌تر عمل نموده است.*

واژه های کلیدی الگوریتم فراکاوشی، الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان، بهره‌برداری بهینه از مخازن سدها.

Ant Colony Optimization Algorithms for Optimal Operation of Reservoirs: A Comparative Study of Four Algorithms

M. H. Afshar S. E. Rezaee R. Moeini

Abstract *Optimal operation of reservoir is one of the most important problems of water resource engineering addressed by many researchers. Mathematical and traditional optimization methods have been extensively used to solve reservoir operation problem. Nowadays, meta-heuristics methods such as Ant Colony Optimization (ACO) algorithms, however, are being used more and more to solve this problem. ACO algorithms refer to a family of search methods based on the foraging behavior of real ant colonies. In this paper, the application of four ACO algorithms namely, Ant System, Elitist Ant System, Ranked Ant System and Max-Min Ant System is used to solve the simple and hydropower reservoir operation problems. The efficiency of these methods is tested against the benchmark example of "Dez" reservoir and the results are presented and compared. The results indicate the superiority of Max-Min Ant System over other algorithms to solve reservoir operation problem.*

Keywords Meta-Heuristic Algorithm, Ant Colony Optimization Algorithm, Optimal Operation of Reservoir.

★ تاریخ دریافت مقاله ۹۰/۱۱/۲۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۲/۶/۱۰ می‌باشد.

(۱) دانشیار، قطب علمی هیدروانفورماتیک محیطی، دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران.

(۲) کارشناس ارشد، دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران.

(۳) نویسنده‌ی مسؤول دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم وصنعت ایران.

مقدمه

در دهه‌های اخیر، توسعه و به‌کارگیری روش‌های بهینه‌سازی سنتی و ریاضی به‌منظور حل مسائل مورد بحث در حوزه‌ی مدیریت منابع آب، بخشی از تحقیقات این حوزه را به خود اختصاص داده است. علاوه بر آن، اخیراً محققان به سمت به‌کارگیری روش‌هایی که مبتنی بر رفتار طبیعی موجودات زنده و مدل‌سازی این رفتار بوده است، گرایش پیدا کرده‌اند. امروزه این دسته روش‌ها، الگوریتم‌های فراکاوشی (Meta heuristic Algorithms) نامیده می‌شوند. الگوریتم نورد شبیه‌سازی شده (Simulated Anealing (SA)) ، الگوریتم ژنتیک (Genetic Algorithm (GA)) و الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان (Ant Colony Optimization Algorithms (ACO)) را می‌توان به‌عنوان نمونه‌ای از این دسته روش‌ها نام برد. مزایای استفاده از روش‌های فراکاوشی را نسبت به سایر روش‌های سنتی و ریاضی، هم‌چون روش‌های برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی می‌توان در موارد زیر خلاصه نمود؛

الف) اندازه‌گیری تنها از طریق اطلاعات محاسبات تابع هدف و قیدها صورت می‌گیرد و از پیچیدگی‌های مربوط به تعیین گرادیان‌ها و یا دیگر اطلاعات فرعی اجتناب می‌شود.

ب) نیازی به مشتق پذیری، پیوستگی و یا محدب بودن تابع هدف ندارند.

ج) رفتار جستجوی هوشمندانه در این الگوریتم‌ها مانع به دام افتادن در نقاط بهینه‌ی محلی می گردد.

د) به‌علت درگیر بودن با مجموعه‌ای از جواب‌ها، به‌جای تعیین یک جواب بهینه تعداد زیادی از جواب‌های بهینه یا نزدیک بهینه قابل تعیین می‌باشد [1]. الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان یکی از الگوریتم‌های فراکاوشی می‌باشد که بر پایه‌ی رفتار طبیعی جستجوی غذا در مورچگان بنا شده است. اولین الگوریتم از دسته‌ی انواع الگوریتم‌های بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان که بر اساس این رفتار طبیعی پیشنهاد شده، الگوریتم سیستم مورچگان (Ant System (AS)) بوده است که درسال ۱۹۹۱ توسط کلرنی و همکاران پیشنهاد گردید [2]. در طول سالیان اخیر این الگوریتم اولیه پیشنهادی توسعه یافته و الگوریتم‌های دیگری، با مبنا قرار دادن این الگوریتم پایه‌ی اولیه پیشنهاد شده است که از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به الگوریتم سیستم جامعه‌ی مورچگان (Ant Colony System (ACS)) [3]، الگوریتم سیستم مورچگان نخبه (Elitist Ant System (AS_{elite})) [1]، الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه-کمینه (Max-Min Ant System (MMAS)) [4]، الگوریتم سیستم مورچگان ترتیبی (Ranked Ant System (AS_{rank})) [5]، الگوریتم سیستم مورچگان به‌ترین-بدترین (Best- Worst Ant System) [6] و الگوریتم سیستم مورچگان ترکیبی [7] اشاره نمود. اکثر تغییرات اعمال شده در الگوریتم پایه‌ی اولیه (الگوریتم سیستم مورچگان) به‌منظور بهبود تعیین سیاست تصمیم‌گیری بهینه و ایجاد تعاملی مؤثر بین دو مشخصه‌ی اکتشاف و بهره‌برداری صورت گرفته است. توانایی الگوریتم‌ها برای جستجوی ناحیه‌ی وسیعی از فضای جستجوی مسأله، اکتشاف و قابلیت الگوریتم در جستجوی ناحیه‌ی اطراف جواب بهینه‌ی یافته شده از جستجوهای قبلی، بهره‌برداری نامیده می‌شود. با توجه به تعاریف فوق روشن است که این مشخصه‌ها در تعارض با یکدیگر می‌باشند. بنابراین، الگوریتمی موفق است که بتواند با استفاده از مکانیزمی مؤثر بین دو مشخصه‌ی فوق تعادل برقرار سازد [1].

بررسی تحقیقات انجام شده نشان دهنده‌ی آنست که الگوریتم‌های بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان از قابلیت بالایی در حل مسائل پیچیده‌ی علوم مهندسی از جمله مهندسی آب برخوردار هستند. علی و همکاران [8]، چاندارموهان و باسکاران [9]، اوستفلد [10] و استیوتزل و همکاران [11] به برخی از مسائل حل شده در حوزه‌ی مهندسی از جمله مهندسی آب با استفاده از این الگوریتم اشاره نموده‌اند. اولین کار گزارش شده در این زمینه مربوط به عباسپور و همکارانش می‌باشد که از الگوریتم‌های بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان به‌منظور

تخمین پارامترهای هیدرولیکی خاک‌های غیراشباع استفاده نموده‌اند [12]. پس از آن سیمپسون و همکاران با استفاده از این الگوریتم مسأله‌ی طراحی بهینه‌ی شبکه‌ی آب را مدل کردند و پارامترهای مربوط را محاسبه نمودند [13]. مایر و همکاران از این الگوریتم به‌منظور یافتن جواب‌های بهینه در یک سیستم شبکه‌ی توزیع آب استفاده نمودند [14]. زکچین و همکاران عملکرد الگوریتم سیستم مورچگان را با عملکرد الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه- کمینه در مسأله‌ی طراحی بهینه‌ی شبکه‌ی آب مقایسه نمودند [15]. افشار ابتدا از الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه- کمینه در مسأله‌ی طراحی بهینه شبکه آب استفاده نمود [16] و سپس، با به‌کارگیری مکانیزم تظریف تطبیقی قطعی در الگوریتم جامعه‌ی مورچگان، عملکرد این الگوریتم را بهبود بخشید و اثر این مکانیزم را در طراحی شبکه‌ی کنترل سیلاب مورد بررسی قرار داد [17]. هم‌چنین، افشار و معینی از الگوریتم سیستم مورچه‌ی بیشینه- کمینه در مسأله‌ی بهره‌برداری بهینه از مخازن سدها استفاده نمودند [18]. اوستلفد و توبالتزی از الگوریتم بهینه سازی جامعه‌ی مورچگان برای طراحی بهینه‌ی سیستم توزیع آب استفاده نمودند [19]. افشار و همکاران از الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان در مسأله‌ی طراحی بهینه‌ی خطوط انتقال آب استفاده نمودند [20]. افشار از الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه- کمینه برای طراحی بهینه‌ی جانمائی و ابعاد شبکه‌ی آب استفاده نمود [21]. هم‌چنین، عملکرد دو الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه- کمینه و سیستم مورچگان نخبه در مسأله‌ی طراحی بهینه‌ی شبکه‌ی آب توسط افشار مقایسه شد [22]. مددکار و افشار از الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان پیوسته در مسأله‌ی بهره‌برداری بهینه از مخازن سدها استفاده نمودند [23]. هم‌چنین، افشار با استفاده از الگوریتم سیستم مورچه‌ی بیشینه-کمینه دو فرمول‌بندی نامفید و مقید جامعه‌ی مورچگان را برای حل مسأله‌ی طراحی بهینه ابعاد شبکه‌ی فاضلاب ارائه نمود [24]. عباسی و همکاران و مددکار و افشار از الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان برای طراحی بهینه‌ی خطوط انتقال آب استفاده نمودند [25,26]. هم‌چنین، معینی و افشار با استفاده از الگوریتم سیستم مورچه‌ی بیشینه-کمینه و الگوریتم رشد و توسعه‌ی درختی (Tree growing Algorithm) ، الگوریتم‌های ترکیبی مختلفی را برای حل مسأله‌ی طراحی بهینه‌ی جانمائی و ابعاد شبکه‌ی فاضلاب ارائه نمودند [27,28].

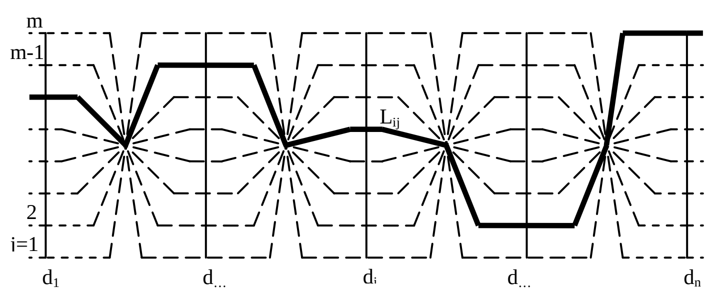
یکی از محدودیت‌های الگوریتم‌های فراکاوشی و از جمله الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان، هم‌گرائی نابهنگام و نابه‌جای الگوریتم به یک جواب بهینه‌ی محلی است. لذا در طول سالیان اخیر محققان، الگوریتم‌های مختلفی را بر مبنای اصول الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان برای غلبه بر این محدودیت ارائه نمودند که مقایسه عملکرد هر یک از الگوریتم‌های پیشنهادی و شناسائی قابلیت‌های آن‌ها در حل مسائل پیچیده‌ی علوم مهندسی از جمله مهندسی آب مورد توجه می‌باشد. لذا در این تحقیق از چهار الگوریتم سیستم مورچگان، سیستم مورچگان ترتیبی، سیستم مورچگان نخبه و سیستم مورچگان بیشینه- کمینه در حل مسائل تک‌هدفه‌ی بهره‌برداری بهینه به‌منظور تأمین آب مورد نیاز (بهره‌برداری ساده) و بهره‌برداری بهینه‌ی برقابی (تأمین انرژی برق) از مخزن سد دز استفاده و نتایج به‌دست آمده از آن‌ها با یکدیگر مقایسه شده است. مقایسه‌ی نتایج، نشان می‌دهد که استفاده از الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه- کمینه نسبت به سایر الگوریتم‌های مورد استفاده به جواب‌های برتری رسیده است.

الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان

جوامع حشرات قادر به انجام وظایف و حل مشکلات مختلف روزانه‌ی خود می باشند که هر یک از افراد جامعه‌ی به‌تنهائی قادر به انجام آن نمی‌باشند مثلاً

جامعه‌ی مورچگان قادر هستند که در موقع یافتن منبع غذایی، کوتاه‌ترین مسیر بین لانه و منبع غذا را تعیین کنند و از این مسیر به‌منظور انتقال غذا از منبع غذایی به لانه استفاده نمایند. این کار از طریق مکانیزم هوش جمعی (یک ارتباط غیرمستقیم بین افراد جامعه‌ی که در جستجوی غذا هستند) صورت می‌پذیرد. وقتی مورچه‌ای به دنبال غذا می‌گردد، در طول مسیر حرکت خود ماده‌ی بوداری به نام فرمون (Pheromone) به جای می‌گذارد که سایر مورچگانی که در جستجوی غذا می‌باشند را به عبور از آن مسیر تشویق می‌نماید. این فرآیند اصلاح محیط به‌منظور تشویق و ایجاد تغییر در رفتار سایر مورچه‌ها، اصطلاحاً استیگمرژی (Stigmergy) نامیده می‌شود که اولین بار توسط گراس در سال ۱۹۵۹ معرفی گردید [29]. با یافتن منبع غذایی، در ابتدا، مورچه‌ها به‌طور تصادفی مسیرهای مختلفی را برای انتقال غذا به لانه طی می‌کنند؛ اما اختلاف زمانی پیمودن مسیرهای کوتاه‌تر نسبت به مسیرهای بلندتر، باعث می‌گردد تعداد مورچگانی که در مسیرهای کوتاه‌تر در حرکت هستند نسبت به مسیر بلندتر بیش‌تر شود و بنابراین غلظت فرمون این مسیرها بیش‌تر افزایش می‌یابد و این افزایش غلظت فرمون مسیرهای کوتاه‌تر، مورچه‌های بعدی را به انتخاب این مسیرهای کوتاه‌تر ترغیب می‌نماید. بدین ترتیب، پس از طی مدت زمان کوتاهی، کلیه مورچگان مسیر کوتاه‌تر را برای عبور انتخاب می‌نمایند و فرمون سایر مسیرها تبخیر می‌گردد [1].

به‌منظور استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان در حل مسائل بهینه‌سازی، بایستی مسأله به‌صورت یک گراف تعریف شود [3]. بدین منظور، گراف نمونه $G=(D,L,C)$ برای مسأله مورد نظر تعریف می‌شود، که $D=\{d_1, d_2, ..., d_n\}$ مجموعه نقاط تصمیم می‌باشد که در این نقاط تصمیم می‌گیریم؛ $L=\{L_{ij}\}$ مجموعه انتخاب‌های j در هر یک از نقاط تصمیم i و $C=\{c_{ij}\}$ مجموعه هزینه‌های هر یک از انتخاب های مجموعه‌ی L می‌باشند. یک مسیر شدنی (Feasible) تعریف شده برای گراف را یک جواب (φ) و مسیری که کم‌ترین هزینه را داشته باشد یک جواب بهینه (φ^*) می نامند. هزینه‌ی هر جواب را با $f(\varphi)$ و هزینه‌ی جواب بهینه را با $f(\varphi^*)$ نشان می‌دهند. شکل (۱) نمونه ای از یک گراف تعریف شده برای یک مسأله‌ی فرضی را نشان می‌دهد. در این شکل خط‌های عمودی نشان‌دهنده‌ی نقاط تصمیم، خط‌چین‌های افقی نشان‌دهنده‌ی گزینه‌های تصمیم و خط‌های پررنگ افقی و مورب نشان‌دهنده‌ی یک جواب ساخته شده توسط مورچه‌ی فرضی می‌باشد.



شکل ۱ گراف تعریف شده برای مسأله‌ی فرضی

گام‌های اساسی حل مسأله‌ی بهینه‌سازی را با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی مورچگان می توان به‌صورت زیر تعریف نمود [30]:

۱- بعد از تعریف گراف مناسب مسأله‌ی مورد نظر، در ابتدای محاسبات، مقدار فرمون به‌طور مساوی بر روی تمام گزینه‌های تصمیم گراف مسأله در نظر گرفته می‌شود و سپس در هر مرحله، هر یک از مورچگان بر روی نقطه‌ی تصمیم ابتدایی قرار داده می‌شود و شروع به حرکت می‌کند.

۲- هر مورچه برای حرکت از یک نقطه‌ی تصمیم به نقطه‌ی تصمیم بعدی بایستی با به‌کارگیری رابطه‌ی احتمالی تعیین سیاست تصمیم‌گیری، یکی از گزینه‌های تصمیم موجود را انتخاب نماید و به نقطه‌ی تصمیم بعدی برود. هنگامی‌که که مورچه از تمامی نقاط تصمیم‌گیری عبور کند، یک جواب برای مسأله ساخته شده است.

۳- بعد از ساخت یک جواب کامل توسط هر مورچه، مقدار تابع هدف به‌ازای این جواب ساخته‌شده، محاسبه می‌گردد.

٤- گام‌های ۲ و ۳ برای تمامی مورچگان در نظر گرفته شده، تکرار می‌گردند. فرمون مسیرها قبل از شروع تکرار بعد به‌روز (Update) می‌شود و مسیرهای جواب مناسب‌تر با مقدار فرمون بیش‌تری علامت‌گذاری می‌گردد. در نتیجه در تکرارهای بعدی احتمال انتخاب این مسیرها افزایش می‌یابند و این روند به جستجوی به‌تر جواب بهینه در تکرارهای بعدی کمک خواهد کرد.

۵- زمانی که یکی از معیارهای توقف الگوریتم حاصل شود، روند اجرای مدل متوقف می‌گردد.

همان‌گونه که اشاره شد، در این تحقیق چهار الگوریتم مختلف از انواع الگوریتم‌های بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان به‌منظور حل مسأله‌ی بهره‌برداری بهینه از مخازن سدها به‌کار گرفته شده است که در ادامه توضیحاتی، به‌طور خلاصه، در مورد هر یک از آنها ارائه شده است.

الگوریتم سیستم مورچگان. الگوریتم سیستم مورچگان ابتدایی‌ترین و ساده‌ترین الگوریتم پیشنهادی از انواع الگوریتم‌های بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان می‌باشد که توسط کلرنی و همکارانش پیشنهاد گردید [31]. رابطه‌ی تعیین سیاست تصمیم‌گیری استفاده شده در این الگوریتم به‌صورت زیر می‌باشد:

$$P_{ij}(k,t)=\frac{[\tau_{ij}(t)]^{\alpha}[\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum_{j=1}^{m}[\tau_{ij}(t)]^{\alpha}[\eta_{ij}]^{\beta}} \qquad (۱)$$

که در رابطه‌ی فوق $p_{ij}(k,t)$ احتمال این‌که مورچه‌ی k درتکرار t و نقطه‌ی تصمیم i، گزینه‌ی تصمیم j را انتخاب نماید، $\tau_{ij}(t)$ مقدار فرمون موجود بر روی گزینه‌ی تصمیم j در نقطه‌ی تصمیم i و تکرار t، η_{ij} اطلاعات کاوشی مربوط به گزینه‌ی تصمیم j در نقطه‌ی تصمیم i و α و β پارامترهایی هستند که نسبت وزنی بین مقادیر فرمون و اطلاعات کاوشی را کنترل می‌نمایند. هر یک از مورچگان با در نظر گرفتن رابطه‌ی تعیین سیاست تصمیم‌گیری فوق، در هر نقطه‌ی تصمیم، یک گزینه‌ی تصمیم را به‌طور تصادفی انتخاب می‌کند.

اطلاعات کاوشی در بعضی مواقع «میدان دید» مورچگان نیز نامیده می‌شود. اطلاعات کاوشی یک‌بار در ابتدای جستجو محاسبه می‌شود و سپس در طی جستجو بدون تغییر باقی می‌ماند. مقادیر اطلاعات کاوشی براساس شکل تابع هدف مسأله تعریف و محاسبه می‌شوند. به‌عنوان نمونه، در یک مسأله‌ی‌حداقل سازی هزینه، اگر مقادیر هزینه (تابع هدف) به‌ازای انتخاب هر یک از گزینه‌های تصمیم در نقاط تصمیم مربوط (C_{ij}) مشخص باشد، مقادیر

اطلاعات کاوشی را می‌توان بـه شـکل زیـر تعریـف و محاسبه نمود:

$$\eta_{ij} = {}^{1}\!/_{C_{ij}} \qquad (۲)$$

در الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان مقادیر فرمون موجود در گزینه‌هـای هـای تصـمیم مسـأله در نقاط تصمیم مربوط، کانال ارتباطی بین مورچگان است که نقش مهمـی در اسـتفاده از هـوش جمعـی توسـط جامعه‌ی مورچگان ایفا می‌کند. بنابراین، در هـر تکـرار بایستی بـا اسـتفاده از اطلاعـات کسـب شـده از سـایر مورچه‌ها، فرمون موجود در گزینه‌هـای تصـمیم نقـاط تصمیم مربوط (مسیرها) بـه‌روزرسـانی شـود. رابطـه‌ی به‌روزرسانی فرمون گزینه‌های تصمیم نقاط تصـمیم در هر تکرار به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t) \qquad (۳)$$

کـه در رابطـه‌ی فـوق $\tau_{ij}(t+1)$ مقـدار فرمـون موجود در گزینـه‌ی تصـمیم j ام نقطـه‌ی تصـمیم i در تکرار t+1، $\tau_{ij}(t)$ فرمون موجود در گزینه‌ی تصـمیم j ام نقطه‌ی تصمیم i در تکرار t، ρ ضریب تبخیر فرمـون که مقداری بین صـفر و یـک دارد و سـرانجام $\Delta\tau_{ij}(t)$ تغییرات فرمون در گزینه‌ی تصمیم j ام نقطه‌ی تصمیم i در تکرار t می‌باشد.

در این الگوریتم، مقدار $\Delta\tau_{ij}(t)$ براساس کلیـه‌ی جواب‌های ساخته شده در تکرار t محاسبه می‌شود، که به‌صورت رابطه زیر بیان می گردد:

$$\Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{m} \frac{R}{f(s_k(t))} I_{S_K(t)}\{(i,j)\} \qquad (٤)$$

در رابطـه‌ی فـوق m تعـداد مورچگـان در نظـر گرفته شده برای جامعـه‌ی مورچگـان و یـا بـه‌عبـارت دیگـر، تعـداد جـواب‌هـای سـاخته شـده در هـر تکرار، R مقداری ثابـت کـه ضـریب بازگشـت فرمـون نامیده می‌شود، $S_k(t)$ جواب ساخته شده (مجموعه‌ای از گزینـه‌هـای تصـمیم) بـه‌وسـیله‌ی مورچـه‌ی k ام درتکرار t، $f(S_k(t))$ مقدار تابع هدف بـه‌ازای جـواب سـاخته شـده بـه‌وسـیله‌ی مورچـه k ام درتکـرار t و $I_A\{a\}$ تابعی است که مقدار آن به‌ازای $a \in A$ برابر بـا یک و در غیر این صورت برابر با صفر می‌باشد.

الگـوریتم سیسـتم مورچگـان نخبـه. بـه‌منظـور بهره‌برداری به‌تر و مناسب‌تر از اطلاعات به‌ترین جواب بـه‌دسـت آمـده تـا هـر تکـرار، کلرنـی و همکـارانش الگوریتم سیستم مورچگان نخبه را پیشنهاد نمودند [1]. در این الگوریتم علاوه بر اطلاعات کسب شده توسـط کلیه‌ی مورچگان در هـر تکـرار، از مورچگـان نخبـه و جـواب سـاخته شـده توسـط آن‌هـا نیـز بـه‌منظـور به‌روزرسانی فرمون مسیرها، استفاده می‌شـود. رابطـه‌ی تعیین سیاست تصمیم‌گیری در ایـن الگـوریتم هماننـد رابطه‌ی به‌کار گرفته شده در الگوریتم سیستم مورچگان (رابطه‌ی ۱) می‌باشد. هم‌چنین، رابطـه‌ی بـه‌روزرسـانی فرمون در این الگوریتم به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t) + \sigma\Delta\tau_{ij}^{gb}(t) \qquad (۵)$$

که در رابطه‌ی فوق، σ تعـداد مورچگـان نخبـه‌ی منظور شده و $\Delta\tau_{ij}^{gb}(t)$ مقدار تغییر فرمون منظـور شـده برای گزینه های تصمیم j در هر یک از نقاط تصـمیم i در به‌ترین مسیر طی شـده (جـواب سـاخته شـده) تـا تکرار t به‌وسیله‌ی σ مورچه‌ی نخبـه‌ی منظـور شـده، می‌باشد. سایر پارامترهای رابطـه‌ی فـوق پـیش از ایـن تعریف شده است. مطابق بـا رابطـه‌ی تعریـف شـده‌ی به‌روزرسانی مقادیر فرمـون مسـیرها در ایـن الگـوریتم (رابطه‌ی ۵)، تمامی مسیرهای طـی شـده توسـط کلیـه مورچگـان (جـواب‌هـای سـاخته شـده) در تکـرار t، به‌روزرسانی می‌شوند و علاوه بر این، به‌ترین مسیر طی شده (جواب ساخته شده) توسط مورچگان نخبه تـا آن تکرار مقدار فرمون اضافی دریافـت مـی‌کنـد. بـه ایـن ترتیب، براساس رابطه تعریف شده (رابطه‌ی ۵) نوعی

تعامل بین مشخصه‌های اکتشاف و بهره‌برداری برقرار می گردد که بر کیفیت جواب‌ها و نحوه‌ی همگرایی الگوریتم تأثیر می‌گذارد. سایر مراحل و روند حل مسأله با استفاده از این الگوریتم، به‌غیر از نحوه‌ی به‌روزرسانی فرمون مسیرها، همانند الگوریتم سیستم مورچگان می‌باشد.

الگوریتم سیستم مورچگان ترتیبی. با توسعه‌ی نظریه‌ی نخبه گرایی در الگوریتم سیستم مورچگان نخبه، بولنهیمر و همکاران الگوریتم سیستم مورچگان ترتیبی را پیشنهاد نمودند [5]. در این الگوریتم در انتهای هر تکرار، σ مورچه‌ی نخبه انتخاب می‌شوند و فرمون به‌ترین مسیر طی شده تا آن تکرار را همانند الگوریتم سیستم مورچگان نخبه به‌روزرسانی می‌کنند و $\sigma-1$ مورچه، که در آن تکرار مسیرهای مناسب‌تری را طی نمودند بر روی مسیرهای جواب ساخته شده‌ی خود با ضریبی که متناسب با درجه‌ی مرغوبیت جواب ساخته شده می‌باشد، فرمون اضافی می‌ریزند. به‌عبارت دیگر، $\sigma-1$ جواب ساخته شده توسط $\sigma-1$ مورچه‌ی نخبه را به‌ترتیب از به‌ترین جواب به بدترین جواب ساخته شده رتبه‌بندی می‌کنیم و بر اساس رتبه‌ی جواب‌ها به آن‌ها ضریب مربوط را نسبت می‌دهیم به‌گونه‌ای که به به‌ترین جواب ضریب $\sigma-1$ و به بدترین جواب ضریب یک نسبت داده می‌شود. رابطه‌ی تعیین سیاست تصمیم‌گیری در این الگوریتم همانند رابطه‌ی تعریف شده در الگوریتم سیستم مورچگان (رابطه‌ی ۱) می‌باشد. رابطه‌ی به‌روزرسانی فرمون نیز همانند رابطه‌ی (۵) می‌باشد که در آن به‌جای $\Delta\tau_{ij}(t)$، $\Delta\tau_{ij}^{rank}(t)$ جایگزین شده است. $\Delta\tau_{ij}^{rank}(t)$ بیانگر فرمون اضافی منظور شده برای مسیرها (گزینه‌های تصمیم) جواب‌های ساخته شده به‌وسیله مورچگان ترتیبی می‌باشد که مطابق با رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta\tau_{ij}^{rank}(t)=\sum_{k=1}^{\sigma-1}(\sigma-k)\frac{R}{f(s_k(t))}I_{S_K(t)}\{(i,j)\} \qquad (٦)$$

که در رابطه‌ی فوق، $s_k(t)$ مجموعه‌ای از جزء مسیرهای طی شده (گزینه‌های تصمیم جواب ساخته شده) به‌وسیله‌ی k امین مورچه ترتیبی در تکرار t می‌باشد که در رتبه‌بندی جواب‌ها رتبه‌ی $(\sigma-k)$ را کسب نموده است و بنابراین گزینه‌های تصمیم انتخاب شده به‌وسیله k امین مورچه ترتیبی، براساس ضریب $(\sigma-k)$ منظور شده برای آن، فرمون اضافی دریافت می‌کنند. دو مزیت عمده‌ی فرمول‌بندی به‌روزرسانی فرمون در این الگوریتم نسبت به الگوریتم سیستم مورچگان و الگوریتم سیستم مورچگان نخبه عبارتند از:

الف) به جای استفاده از تمامی مورچگان، تنها از مورچگان ترتیبی در به‌روزرسانی فرمون مسیرها استفاده می‌شود تا فقط از اطلاعات مسیرهای برتر طی شده توسط آن‌ها، به‌منظور رسیدن به جواب بهینه، استفاده شود.

ب) در فرمون‌ریزی مورچگان ترتیبی، اهمیت بیشتر به مورچگانی داده می‌شود که جواب‌های به‌تری ساخته‌اند و به این ترتیب مسیرهای برتر فرمون بیش‌تری دریافت می‌کنند.

سایر مراحل و روند حل مسأله با استفاده از این الگوریتم، به‌غیر از نحوه‌ی به‌روزرسانی فرمون مسیرها، همانند الگوریتم سیستم مورچگان می‌باشد.

الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه-کمینه. الگوریتم سیستم مورچه‌های بیشینه - کمینه توسط استیوتزل و هوس، بر پایه‌ی الگوریتم سیستم مورچگان و به‌منظور کاهش معایب موجود در این الگوریتم و مخصوصاً جلوگیری از همگرایی نابه‌جای الگوریتم به یک جواب بهینه‌ی محلی، ارائه گردید [4]. در این الگوریتم با محدود کردن مقادیر فرمون مسیرهای طی شده به یک محدوده‌ی تعیین شده $[\tau_{min},\tau_{max}]$ از همگرایی سریع و نابه‌جای آن اجتناب می‌شود. بنابراین با محدود

شدن مقادیر فرمون تمامی گزینه‌های تصمیم احتمال انتخاب شدن می‌یابند و لذا فضای جستجوی مسأله توسط مورچه‌ها گسترش می یابد. در این الگوریتم، مقدار محدوده‌ی بالایی فرمون (فرمون حداکثر) در تکرار t توسط رابطه‌ی زیر به‌دست می آید:

$$\tau_{max}(t) = \frac{1}{1-\rho}\frac{R}{f\left(s^{gb}(t)\right)} \quad (۷)$$

که در رابطه‌ی فوق، $f\left(s^{gb}(t)\right)$ مقدار تابع هدف به ازای به‌ترین مسیر طی شده (جواب ساخته شده) توسط مورچه‌ها تا تکرار t؛ ρ ضریب تبخیر و R ضریب بازگشت فرمون می‌باشد. هم‌چنین، مقدار محدوده‌ی پایینی فرمون (فرمون حداقل) در تکرار t توسط رابطه‌ی زیر به‌دست می آید:

$$\tau_{min}(t) = \frac{\tau_{max}(t)\left(1-\sqrt[n]{p_{best}}\right)}{\left(NO_{avg}-1\right)\sqrt[n]{p_{best}}} \quad (۸)$$

که در رابطه‌ی فوق، p_{best} ضریبی ثابت که هرچه کوچک‌تر باشد مرزهای محدوده‌ی فرمون گزینه‌های تصمیم مسأله و به تبع آن احتمال انتخاب گزینه‌های تصمیم به هم نزدیک‌تر می‌گردد و NO_{avg} میانگین تعداد گزینه‌های تصمیم در نقاط تصمیم مسأله می‌باشد. به این ترتیب در انتهای هر تکرار مقدار فرمون مسیرها (گزینه‌های تصمیم مسأله) کنترل می گردد تا از مقدار $\tau_{max}(t)$ تجاوز نکرده و از $\tau_{min}(t)$ هم کمتر نشوند.

هم‌چنین، در این الگوریتم از رابطه زیر به منظور به‌روزرسانی فرمون مسیرها استفاده می‌شود:

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}^{lb}(t) \quad (۹)$$

که در رابطه‌ی فوق، $\Delta\tau_{ij}^{lb}(t)$ فرمون اضافه شده به هر یک از جزء مسیرهای (گزینه‌ی تصمیم j در نقطه‌ی تصمیم i) به‌ترین مسیر طی شده توسط مورچه‌ها در تکرار t ام می‌باشد (به‌ترین مسیر توسط مورچه‌ی l طی شده و جواب s_l را ساخته است) که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta\tau_{i,j}^{lb}(t) = \frac{R}{f\left(s_1(t)\right)} I_{S_1}(t)\{(i,j)\} \quad (۱۰)$$

که پارامترهای موجود در این رابطه پیش از این توضیح داده شده است. همان‌گونه که چگونگی تعیین مرزهای محدوده‌های بالایی و پایینی فرمون‌ها در این الگوریتم، مورچه‌ها را به جستجوی گسترده تر فضای جستجوی مسأله، به‌منظور یافتن جواب بهینه، ترغیب می کنند. نحوه‌ی به‌روزرسانی فرمون در این الگوریتم، موجب افزایش تمایل مورچه‌ها به جستجو در مسیرهای جواب‌های مناسب‌تر ساخته شده در تکرارهای قبلی می‌شود و بنابراین روند همگرایی مسأله با به‌کارگیری این الگوریتم بهبود می‌یابد. بر این اساس، در این الگوریتم نوعی تعامل بین مشخصه‌های اکتشاف و بهره‌برداری برقرار می‌گردد که بر کیفیت جواب‌ها و نحوه‌ی همگرایی الگوریتم تأثیر می‌گذارد. سایر مراحل و روند حل مسأله با استفاده از این الگوریتم، به غیر از موارد ذکر شده، همانند الگوریتم سیستم مورچگان می‌باشد.

بهره‌برداری بهینه از مخازن سدها

در این تحقیق از قابلیت‌های ویژه‌ی الگوریتم‌های بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان در حل مسائل بهینه‌سازی استفاده شده و دو مسأله‌ی تک‌هدفه‌ی بهره‌برداری از مخازن سدها به‌منظور تأمین آب مورد نیاز (بهره‌برداری ساده) و بهره‌برداری برقابی از مخازن سدها را مدل‌سازی گردیده و با به‌کارگیری چهار الگوریتم ذکر شده مورد بررسی قرار گرفته است. مسأله‌ی بهره‌برداری بهینه از مخازن سدها یک مسأله‌ی بهینه‌سازی مقید می‌باشد که به‌منظور مدل‌سازی آن

می‌بایست تابع هدف مسأله و قیود آن تعریف شود. در مسأله‌ی بهره‌برداری بهینه از مخازن سدها تابع هدف مسأله می‌تواند به شکل‌های مختلف تعریف گردد. به‌عنوان نمونه، تابع هدف می‌تواند حداکثرسازی درآمد، حداقل سازی هزینه، حداکثرسازی سطح زیر کشت، حداکثرسازی انرژی تولیدی، حداقل‌سازی میزان کمبود اعمال شده به یک نیاز مشخص و غیره باشد و قیود مسأله نیز می‌تواند معادله‌ی پیوستگی، حداقل و حداکثر حجم مخزن، حداقل و حداکثر مقدار آب رها شده از مخزن و غیره باشد. در ادامه توضیحاتی مختصر درباره‌ی نحوه‌ی مدل‌سازی دو مسأله‌ی مورد نظر ارائه شده است.

بهره‌برداری ساده از مخازن سدها. در این مسأله تابع هدف به‌صورت حداقل‌سازی میزان کمبود اعمال شده نسبت به یک نیاز مشخص تعریف شده است:

$$minimize\ \ O.F=\sum_{t=1}^{NT}\left[(d_t-r_t)/d_{max}\right]^2 \qquad (۱۱)$$

که در رابطه‌ی فوق، d_t مقدار نیاز در دوره‌ی زمانی t (ماهیانه)، r_t مقدار آب رها شده از مخزن در دوره‌ی زمانی t و d_{max} حداکثر نیاز در تمام دوره‌های زمانی (NT) می‌باشد.

اولین گام به منظور حل مسأله‌ی بهینه‌سازی با کمک الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچه‌ها، تعریف گراف مسأله می‌باشد. شکل (۱) گراف مسأله‌ی بهره‌برداری از مخزن، در حالتی که مقدار آب رها شده از مخزن به‌عنوان متغیر تصمیم منظور شده باشد را نشان می‌دهد. در این مسأله، دوره‌های زمانی بهره‌برداری از مخزن به‌عنوان نقاط تصمیم و مقدار آب رها شده از مخزن به‌عنوان متغیر تصمیم منظور شده است. گزینه‌های تصمیم مسأله برابر با گسسته‌سازی‌های صورت گرفته برای مقادیر آب رها شده از مخزن سد در دوره‌های زمانی می‌باشد. در نهایت، C برابر با مجموعه‌ای از مقادیر تابع هدف است که به‌ازای هریک از مقادیر آب رها شده از مخزن (گزینه‌های تصمیم) در هر دوره‌ی زمانی (نقطه‌ی تصمیم) منتسب شده، به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$C_{ij}=\left[\left(d_t-r_{ij}\right)/d_{max}\right]^2 \qquad (۱۲)$$

هم‌چنین، قیود مسأله‌ی بهره‌برداری ساده از مخزن، به‌صورت رابطه‌ی پیوستگی، حداکثر و حداقل مقدار آب رها شده از مخزن و حجم مخزن تعریف می‌گردند.

$$s_{t+1}=s_t+q_t-r_t \qquad (۱۳)$$

$$r_{min}\le r_t\le r_{max} \qquad (۱٤)$$

$$s_{min}\le s_t\le s_{max} \qquad (۱۵)$$

که در روابط فوق، s_t مقدار حجم مخزن در دوره‌ی زمانی t، s_{t+1} مقدار حجم مخزن در دوره‌ی زمانی t+1، q_t مقدار آب ورودی به مخزن در دوره‌ی زمانی t، r_t مقدار آب رها شده از مخزن در دوره‌ی زمانی t، r_{min} حداقل مقدار آب رها شده از مخزن، r_{max} حداکثر مقدار آب رها شده از مخزن، s_{min} حداقل مقدار حجم مخزن و s_{max} حداکثر مقدار حجم مخزن می‌باشد.

وجود قیود در مسأله‌ی بهینه سازی موجب می‌شود که برخی از جواب‌های موجود در فضای جستجوی مسأله، جواب‌های ناشدنی باشند و بنابراین برای اعمال قیود مسأله بایستی مکانیزمی مناسب پیشنهاد گردد تا تمایل مورچه‌ها به جستجو در فضای شدنی بیش‌تر شود. در این مسأله از روش تابع جریمه برای اعمال قیود استفاده شده است. بدین منظور ابتدا، پس از ساخت یک جواب کامل توسط هر مورچه، مقدار حجم مخزن در کلیه‌ی دوره‌های زمانی بهره‌برداری توسط رابطه‌ی پیوستگی به‌دست می‌آید. سپس اگر حجم مخزن از محدوده‌های مجاز تعریف شده (رابطه‌ی ۱۵) تخطی کرده باشد، تابع هدف مسأله به‌صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$O.F.=\sum_{t=1}^{NT}\left[\left(d_t-r_t\right)/d_{max}\right]^2+\sum_{t=1}^{NT}\left(pen_t^{min}+pen_t^{max}\right)$$

(۱٦)

که در آن:

$$\begin{cases}Pen_t^{min}=c\times(s_{min}-s_t)/s_{min} & \text{if} \quad s_t<s_{min}\\ Pen_t^{max}=c\times(s_t-s_{max})/s_{max} & \text{if} \quad s_t>s_{max}\end{cases}$$

(۱۷)

که در روابط فوق، Pen_t^{min} و Pen_t^{max} به‌ترتیب مقدار جریمه‌ی در نظر گرفته شده برای قید حداقل حجم و حداکثر حجم مخزن در دوره‌ی زمانی t و c ضریبی ثابت که برای هر مسأله با سعی و خطا به‌دست می‌آید، می‌باشد و سایر پارامترها پیش از این تعریف شده‌اند. لازم به ذکر است که در این مسأله مقدار اطلاعات کاوشی به‌صورت رابطه‌ی (۱۲) و بر حسب مقدار تابع هدف به‌ازای جزء مسیرها تعریف می‌شود.

برای بررسی نحوه‌ی عملکرد هریک از چهار الگوریتم اشاره شده در مسأله‌ی بهره برداری ساده از مخزن، از اطلاعات سد دز استفاده شده است. حجم حداقل و حداکثر مخزن به‌ترتیب معادل ۸۳۰ و۳۳٤۰ میلیون مترمکعب می‌باشد. از بین ٤۰ سال آمار، آمار ۵ سال ابتدایی به‌منظور مدل‌سازی مسأله انتخاب گردید. در این مسأله، مقادیر نیاز و آب‌دهی ماهیانه و حجم ابتدایی مخزن، که برابر با ۱٤۳۰ میلیون مترمکعب است، مشخص می‌باشد.

هم‌چنین، می‌بایست پس از تهیه‌ی مدل بهینه‌سازی هر مسأله، مقدار مطلوب پارامترهای آزاد الگوریتم برای بهترین عملکرد مدل تنظیم گردند. در الگوریتم‌های مختلف به‌کار گرفته شده در این تحقیق نیز با روش سعی و خطا مقادیر مطلوب پارامترهای مربوط مطابق با مقادیر جدول (۱) حاصل شده است.

جدول ۱ مقادیر مطلوب پارامترهای به کار گرفته شده در الگوریتم های مختلف

ضریب جریمه	α	β	ρ	الگوریتم
۳	۱	۰	۰/۹	AS
۱۷	۱	۰/۲	۰/۹۹	AS_{elite}
۱۳/۵	۱	۰/۱٦	۰/۹۹	AS_{rank}
۱۰	۱	۰/۲	۰/۹۲	MMAS

علاوه بر مقادیر جدول (۱)، مقدار p_{best} در الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه-کمینه برابر با ۰/۵۵ و تعداد مورچگان نخبه (σ) در الگوریتم سیستم مورچگان نخبه برابر با ۵۰ و در الگوریتم سیستم مورچگان ترتیبی برابر با ۵ در نظر گرفته شده است. در تمامی الگوریتم‌ها تعداد مورچگان برابر با ۱۰۰ و تعداد تکرار در هر اجرا برابر با ۱۰۰۰ می‌باشد. هم‌چنین، محدوده‌ی تغییرات هر متغیر تصمیم (میزان آب رها شده از مخزن سد در هر ماه) به ۲۰ کلاس مساوی تقسیم‌بندی شده است. در جدول (۲) نتایج حل مسأله‌ی بهره‌برداری ساده از مخزن سد دز با به‌کارگیری چهار الگوریتم مورد نظر در ۱۰ اجرای مختلف، ارائه شده است. در کلیه‌ی محاسبات از کامپیوتر Core i3 (2.13 GHz CPU) استفاده شده است.

مقایسه‌ی نتایج ارائه شده در جدول (۲) نشان دهنده‌ی آنست که به‌ترین جواب برای این مسأله با به‌کارگیری الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه-کمینه حاصل شده است که مقدار آن برابر با ۰/۸٤٦ می‌باشد. هم‌چنین جدول (۲) نشان می‌دهد که زمان اجرای مدل با استفاده از الگوریتم‌های مختلف به‌کارگرفته شده یکسان است و لذا استفاده از الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه-کمینه در مقایسه با سایر الگوریتم‌ها نیازمند به زمان محاسباتی بیش‌تری نمی‌باشد.

جدول ۲ نتایج حل مسألهی بهرهبرداری ساده از مخزن سد دز با بهکارگیری چهار الگوریتم مختلف

تعداد اجرا	الگوریتم بهکار گرفته شده			
	AS	AS_{elite}	AS_{rank}	MMAS
۱	۳/۳٥۱۳٥	۲/۲۳	۳/۹۹	۱/۱۲
۲	۳/۱۹۲۲٥	۱۱/۷	٦/۲۹	۱/۲۳
۳	٤/۰۰۳۹۹	۱۲/٥	۱/٥۷	۱/۲۱
٤	۳/٦٦۰۱۱	۱۱/۹	٥/٤٥	۱/٤۳
٥	۳/٤۱۰٥۹	۹/۸٤	٤/۲۱	۰/۸٤٦
٦	۳/٤۳۱٦۳	۱۱/٥	٤/٤۹	۱/٤۷
۷	۳/٥٦٥۸۱	۹/٥۷	٤/۲٤	۱/۳۱
۸	۳/٤۱۷۱	۱۱	٤/۲٥	۱/۱٥
۹	۳/۸۱٥۰۲	۱۱/۲	٤/۰۹	۱/۲۲
۱۰	۳/٦۱۳۲۱	۱۰/۷	٤/۲	۱/۳
میانگین	۳/٥٤٦۱	۱۰/۲۱٤	٤/۲۷۸	۱/۲۲۸٦
بهترین جواب	۳/۱۹۲۲٥	۲/۲۳	۱/٥۷	۰/۸٤٦
بدترین جواب	٤/۰۰۳۹۹	۱۲/٥	٦/۲۹	۱/٤۷
انحراف معیار	۰/۲۳۸۳	۲/۹٤٤۹٦	۱/۱۹۸٦٦٤	۰/۱۷٤۹۰۸
ضریب تغییرات	۰/۰٦۷۲۰	۰/۲۸۸۳۲	۰/۲۸۰۱۹۳	۰/۱٤۲۳٦٤
زمان اجرا (ثانیه)	٤۲	٤۲	٤۲	٤۳

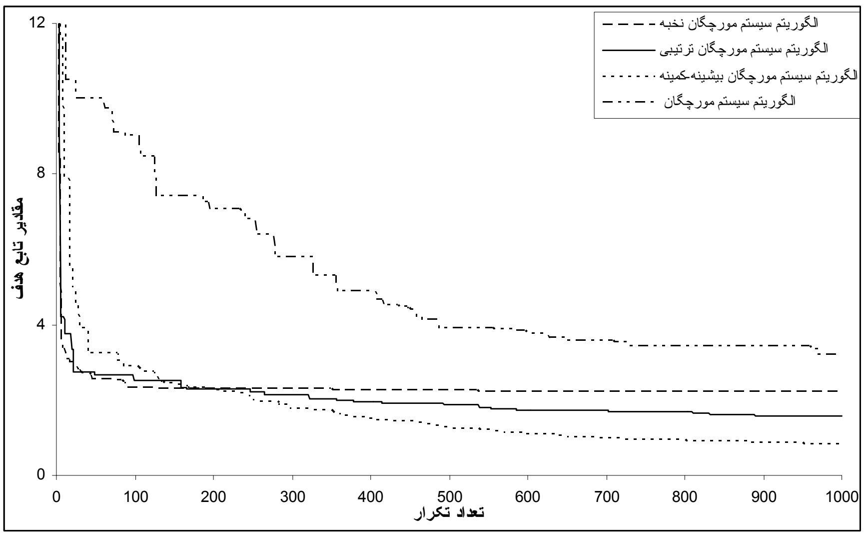
همانگونه که اشاره شد، این مسألهی واقعی یک مسأله با ماهیت پیوسته میباشد در حالیکه الگوریتم بهینهسازی جامعهی مورچگان یک الگوریتم با ماهیت گسسته میباشد و بنابراین، بهمنظور داشتن یک دید و بینش اولیه نسبت به جوابهای واقعی مسأله، این مسأله با استفاده از نرمافزار لینگو (LINGO) (نسخهی ۸) مدل شده و جواب ۰/۷۳۱٦ برای آن حاصل شده است. نرمافزار لینگو توسط شرکت لیندو سیستمز (Lindo Systems Inc.) برای حل مسائل بهینهسازی طراحی گردیده است. لینگو ابزاری ساده برای بهرهگیری از قابلیتهای روشهای برنامهریزی ریاضی خطی و غیرخطی در فرموله کردن و حل مسائل بهینهسازی بزرگ مقیاس و تجزیه و تحلیل آنهاست، بدون این که نیازی به تعیین نوع مدل توسط کاربر باشد. از جمله مهمترین مزایای این نرمافزار میتوان به قابلیت مدلسازی بهصورت کارا و صحیح، قابلیت بالای تحلیل مدل، دارا بودن توابع مختلف ریاضی، آماری و احتمالی، سادگی استفاده برای کاربران، بهرهگیری از روشهای حل متنوع، قابلیت خواندن اطلاعات از فایلها و سایر ورودیها، کار کردن در محیط ویندوز (Windows) و برخورداری از راهنمای بسیار قوی، ساده و کامل اشاره نمود. عناصر مورد نیاز برای مدلسازی در این نرمافزار شامل تابع هدف، یک یا چند متغیر و یک یا چند محدودیت است که در آن میتوان مسائل را از طریق صفحهکلید و یا با استفاده از فایلهایی که در جای دیگر تولید شدهاند وارد کامپیوتر کرد. وارد کردن یک مدل در لینگو، شبیه تایپ کردن در یک محیط پردازشگر متنی تحت ویندوز است.

هم‌چنین محدودیت‌ها را می‌توان به‌صورت اولیه، بدون نیاز به تبدیل و تغییر آن‌ها منظور نمود [32]. لذا با توجه به مطالب ذکر شده، مسأله‌ی بهینه سازی مورد بررسی در نرم‌افزار لینگو مدل شده و حل گردید. هم‌چنین، این مسأله را جلالی با به‌کارگیری الگوریتم سیستم جامعه‌ی مورچگان و معرفی الگوریتم سیستم جامعه‌ی مورچه‌ها با به‌ترین کل تکرارها (ACS_{gb}) مورد بررسی قرار داد و با به‌کارگیری ۱۵۰ مورچه و در ۵۰۰ تکرار مقدار ۰/۹۴۹ را برای این مسأله به‌دست آورد [33]. مقایسه‌ی نتایج نشان دهنده‌ی آنست که جواب به‌دست آمده از به‌کارگیری الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه-کمینه نسبت به جواب به‌دست آمده از به‌کارگیری الگوریتم سیستم جامعه‌ی مورچه‌ها با به‌ترین کل تکرارها مطلوب‌تر است و در مقایسه با جواب به‌دست آمده از مدل‌سازی با استفاده از نرم‌افزار لینگو (نسخه‌ی ۸)، جوابی نزدیک به جواب بهینه و قابل قبول می‌باشد. هم‌چنین، جواب‌های مرغوب برای این مسأله پس از به‌کارگیری الگوریتم سیستم مورچه‌های بیشینه - کمینه به‌ترتیب توسط الگوریتم‌های سیستم مورچگان ترتیبی، سیستم مورچگان نخبه و سیستم مورچگان و با مقادیر ۱/۵۷، ۲/۲۳ و ۳/۱۹ حاصل شده است. شکل (۲)، به‌منظور مقایسه نتایج و نحوه‌ی هم‌گرایی مقادیر تابع هدف مسأله‌ی فوق و با به‌کارگیری الگوریتم‌های مختلف مورد نظر، ارائه شده است. مقایسه‌ی نتایج نشان‌دهنده‌ی هم‌گرایی مطلوب‌تر الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه-کمینه نسبت به سایر الگوریتم‌های به‌کار گرفته شده می‌باشد.

بهره‌برداری برقابی از مخازن سدها. در این مسأله تابع هدف به‌صورت حداقل‌سازی کمبود توان تولیدی نسبت به ظرفیت نصب نیروگاه تعریف شده است.

$$minimize \quad \text{O.F.} = \sum_{t=1}^{NT}\left(1 - \frac{p_t}{\text{power}}\right) \qquad (۱۸)$$

که در رابطه‌ی فوق، P_t توان تولیدی در دوره‌ی زمانی t و Power ظرفیت نصب نیروگاه می‌باشد.



شکل ۲ نحوه‌ی هم‌گرایی مقادیر تابع هدف مسأله‌ی بهره‌برداری ساده از مخزن سد دز با به‌کارگیری چهار الگوریتم مختلف

علاوه بر قیود منظور شده برای مسألهی بهرهبرداری ساده از مخزن سد، قیود دیگری نیز برای مسألهی بهرهبرداری برقابی از مخزن میبایست منظور گردد. بهعنوان نمونه، بهمنظور محاسبهی توان تولیدی، علاوه بر میزان آب رها شده از مخزن، میزان بار آب مؤثر بر توربینها نیز میبایست محاسبه گردد. بنابراین، مسألهی بهرهبرداری بهینه برقابی از مخزن سد دارای قیود غیرخطی بوده و فضای جستجوی آن بهصورت غیرمحدب (Non Convex) میباشد. بهطور کلی قیود این مسأله را میتوان به شکل زیر تعریف نمود:

$$s_{t+1} = s_t + q_t - r_t \quad (۱۹)$$

$$P_t = \min\left((\gamma \times \eta \times r_t \times h_t \times co_t)/PF, Power\right) \quad (۲۰)$$

$$h_t = (H_t + H_{t+1})/2 - TWL \quad (۲۱)$$

$$H_t = f(S_t) \quad (۲۲)$$

$$r_{min} \le r_t \le r_{max} \quad (۲۳)$$

$$s_{min} \le s_t \le s_{max} \quad (۲٤)$$

که در روابط فوق، γ وزن مخصوص آب، η بازده نیروگاه، h_t بار آبی مؤثر بر نیروگاه در دورهی زمانی t، PF ضریب کارکرد نیروگاه، co_t ضریب تبدیل حجم به دبی در دورهی زمانی t، H_t تراز مخزن در دورهی زمانی t (تابعی از حجم مخزن در دورهی زمانی t) و TWL تراز پایاب نیروگاه میباشد.

بهعنوان یک مسألهی واقعی، مسألهی تکهدفهی بهرهبرداری برقابی از مخزن سد دز مورد بررسی قرار گرفت. اطلاعات اولیهی این مسأله پیش از این ارائه شده است. علاوه بر آن، در این مسأله، برای تعیین مقدار بار آبی مؤثر بر توربینها، تراز پایاب نیروگاه سد دز معادل ۱۷۲ متر از سطح دریا منظور شده است. نیروگاه از ۸ واحد ۸۰/۸ مگاواتی تشکیل شده است که زمان کارکرد آن در طول روز حدود ۱۰ ساعت میباشد. به این ترتیب در محاسبات، ضریب کارکرد معادل ۰/٤۱۷ منظور شده است. ظرفیت نصب نیروگاه معادل ٦۵۰ مگاوات و بازده آن معادل ۹۰٪ منظور گردیده است. همچنین، بهمنظور محاسبهی میزان بار آبی مؤثر بر توربینها، با استفاده از اطلاعات حجم– ارتفاع مخزن، یک تابع چند جملهای درجه سوم بهصورت زیر بر آنها برازش داده شده است:

$$\begin{aligned} &H_t = a + bS_t + cS_t^2 + dS_t^3 \\ &a = 249.83364 \ , \quad b = 0.0587205 \ , \\ &c = -1.37\times10^{-5} \quad , \ d = 1.526\times10^{-9} \end{aligned} \quad (۲۵)$$

گراف این مسأله نیز همانند گراف تعریف شده برای مسألهی بهرهبرداری ساده از مخزن (شکل ۱) میباشد. در این تحقیق، بهمنظور تعریف گراف مسأله، محدودهی مجاز مقدار آب رها شده از مخزن [۰ ,۱۰۰۰] به ۱۱ دستهی مساوی تقسیم شده است.

برای اعمال قیود این مسأله نیز از روش تابع جریمهای که در مسألهی بهرهبرداری ساده شرح داده شد، استفاده شده است. مقدار ضریب جریمهی در نظر گرفته شده در این مسأله و مقدار مطلوب پارامترهای الگوریتمهای بهکار گرفته شده، در جدول (۳) نشان داده شدهاند (از طریق آزمون و خطا).

جدول ۳ مقادیر مطلوب پارامترهای بهکارگرفته شده در الگوریتمهای مختلف

الگوریتم	ρ	β	α	ضریب جریمه
AS	۰/۹	۰	۱	۲۰
AS_{elite}	۰/۹۵	۰	۱	۸۰
AS_{rank}	۰/۹۸	۰	۱	۷۰
MMAS	۰/۹۵	۰	۱	۱٦۰

علاوه بر مقادیر جدول (۳)، مقدار p_{best} در الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه– کمینه برابر با ۰/٦ و تعداد مورچگان نخبه (σ) در الگوریتم سیستم مورچگان نخبه برابر با ۵ و در الگوریتم سیستم مورچگان ترتیبی برابر با ۲۰ در نظر گرفته شده است. در تمامی الگوریتمها تعداد مورچگان برابر با ۱۰۰ و تعداد تکرار در هر اجرا برابر با ۲۰۰۰ میباشد. در جدول (٤) نتایج حل مسألهی بهرهبرداری برقابی از مخزن سد دز با بهکارگیری چهار الگوریتم مورد نظر در ۱۰ اجرای مختلف، ارائه شده است.

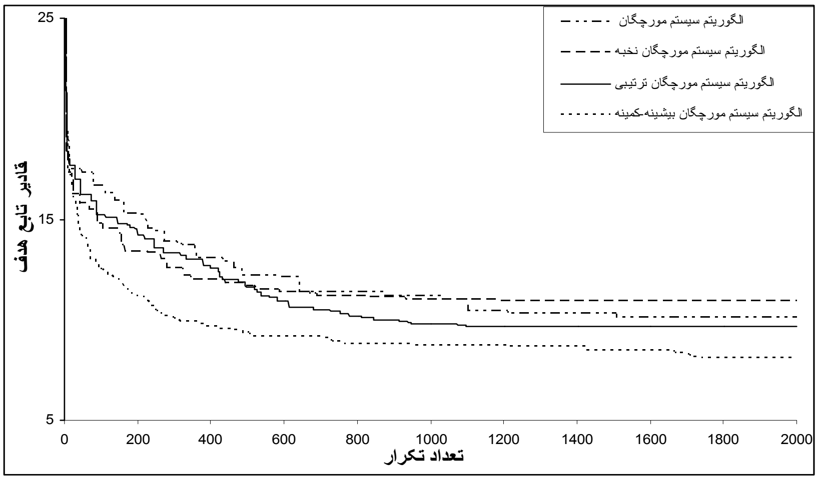
جدول ٤ نتایج حل مسأله‌ی بهره‌برداری برقابی از مخزن سد دز با به‌کارگیری چهار الگوریتم مختلف

تعداد اجرا	الگوریتم به‌کار گرفته شده			
	MMAS	AS_{rank}	AS_{elite}	AS
۱	۸/۱۱	۱۰/۱	۱۱	۱۰/۳
۲	۹/۰۷	۱۱/۷	۱۰/۹	۱۱/۳
۳	۸/۹۵	۱۰/۵	۱۱/٤	۱۰/۱
٤	۸/۸۹	۱۰/۵	۱۱/۷	۱۱/۲
۵	۸/٦۳	۱۰/٤	۱۲/۸	۱۱/۲
٦	۸/۲۷	۱۱/۷	۱۲	۱۱
۷	۸/۸۵	۱۰/۲	۱۳/۳	۱۰/۳
۸	۸/۷	۱۰/۲	۱۲/۲	۱۱/۲
۹	۸/۵	۹/٦۸	۱۲/۵	۱۰/٤
۱۰	۸/۷۷	۱۰/۲	۱۱/۹	۱۰/۱
میانگین	۸/٦۷	۱۰/۵	۱۲	۱۰/۷
بهترین جواب	۸/۱۱	۹/٦۸	۱۰/۹	۱۰/۱
بدترین جواب	۹/۰۷	۱۱/۷	۱۳/۳	۱۱/۳
انحراف معیار	۰/۳۰٤٤	۰/٦٦۵۸	۰/۷٦٦۰	۰/۵۰۸۷
ضریب تغییرات	۰/۰۳۵۱۱	۰/۰٦۳٤۱	۰/۰٦۳۸٤	۰/۰٤۷۵٤
زمان اجرا (ثانیه)	٦۳	٦۲	٦۲	٦۲

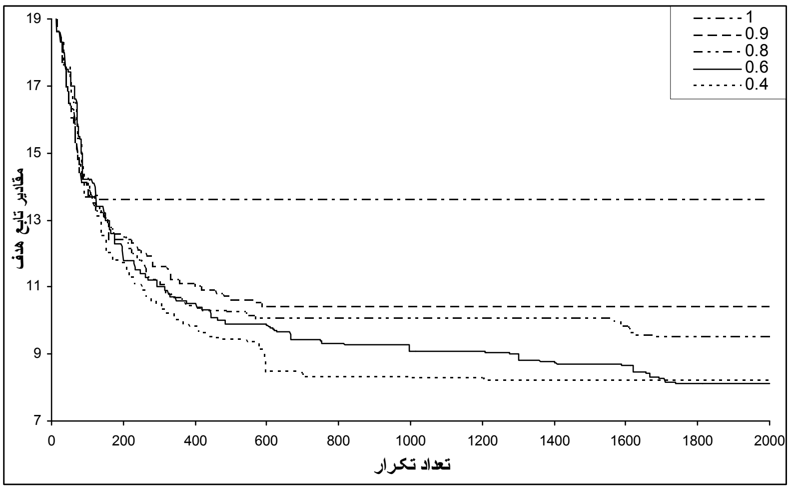
مقایسه‌ی نتایج ارائـه شـده در جـدول (٤) نشـان دهنده‌ی آنست که به‌ترین جواب مسأله با بـه‌کـارگیری الگوریتم مورچگان بیشینه-کمینه حاصل شده است، که مقدار آن برابر با ۸/۱۱ می‌باشد. هـم‌چنـین جـدول (٤) نشان مـی‌دهـد کـه زمـان اجـرای مـدل بـا اسـتفاده از الگوریتم‌های مختلف به‌کارگرفته شده یکسـان اسـت و لذا استفاده از الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه-کمینـه در مقایسـه بـا سـایر الگـوریتم‌هـا نیازمنـد بـه زمـان محاسباتی بیش‌تری نمی‌باشد.

این مسأله با استفاده از نرم‌افزار لینگو (نسخه‌ی ۸) مدل شده و جواب ۷/۳۷۲ برای آن حاصل شده اسـت. هم‌چنین، این مسأله را جلالی با به‌کـارگیری الگـوریتم سیستم جامعه‌ی مورچه‌ها و معرفـی الگـوریتم سیسـتم جامعه‌ی مورچه‌ها با به‌ترین کل تکرارها، مورد بررسـی قرار داد و با به‌کارگیری ۱۰۰ مورچه و در ۵۰۰ تکـرار مقدار ۳۷/۲ را، که البته یک جواب ناشدنی است، برای این مسأله به‌دسـت آورد [33]. مقایسـه‌ی نتـایج نشـان دهنده‌ی آنست که جواب به‌دست آمده از بـه‌کـارگیری چهـار الگـوریتم ارائـه شـده و بـه‌خصـوص الگـوریتم سیسـتم مورچگـان بیشـینه-کمینـه نسـبت بـه جـواب به‌دست آمده از به‌کارگیری الگوریتم سیسـتم جامعـه‌ی مورچه‌ها با به‌ترین کل تکرارها مطلوب‌تـر اسـت و در مقایسه با جواب به‌دست آمده از مدل‌سازی با اسـتفاده از نرم‌افزار لینگو (نسخه‌ی ۸)، جوابی نزدیک به جواب بهینه و قابل قبـول مـی‌باشـد. هـم‌چنـین، جـواب‌هـای مرغوب برای این مسأله پس از بـه‌کـارگیری الگـوریتم سیسـتم مورچگـان بیشـینه-کمینـه، بـه‌ترتیـب توسـط الگـوریتم‌هـای سیسـتم مورچگـان ترتیبـی، سیسـتم مورچگان و سیستم مورچگان نخبه و بـا مقـادیر ۹/٦۸، ۱۰/۱ و۱۰/۹ حاصل شده است. شـکل (۳)، بـه‌منظـور

مقایسه‌ی نتایج و نحوه‌ی هم‌گرایی مقادیر تابع هدف مسأله‌ی فوق و با به‌کارگیری الگوریتم‌های مختلف مورد نظر، ارائه شده است. مقایسه‌ی نتایج نشان دهنده‌ی هم‌گرایی مطلوب‌تر الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه-کمینه نسبت به سایر الگوریتم‌های به‌کار گرفته شده می‌باشد. هم‌چنین، در شکل (٤) نحوه‌ی هم‌گرایی مقادیر تابع هدف در الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه-کمینه به‌ازای مقادیر مختلف p_{best} نشان داده شده است. همان‌گونه که اشاره شد، هرچه p_{best} کم‌تر باشد مرزهای محدوده‌ی فرمون‌ریزی به هم نزدیک‌تر می‌گردد و یا به‌عبارت دیگر محدوده‌ی تغییرات فرمون مسیرها کوچک‌تر می‌شود و الگوریتم فرصت می‌یابد تا فضای بیش‌تری را جستجو کند. مقادیر مختلف p_{best} بر روی سرعت و نحوه‌ی هم‌گرایی الگوریتم تأثیر می‌گذارد که در این مسأله به‌ترین جواب به‌ازای مقدار ۰/٦ حاصل شده است.



شکل ۳ نحوه‌ی هم‌گرایی مقادیر تابع هدف مسأله‌ی بهره‌برداری برقابی از مخزن سد دز با به‌کارگیری الگوریتم‌های مختلف



شکل ٤ نحوه‌ی هم‌گرایی مقادیر تابع هدف مسأله‌ی بهره‌برداری برقابی از مخزن سد دز با به‌کارگیری الگوریتم مورچگان بیشینه – کمینه به‌ازای p_{best} مختلف

نتیجه‌گیری

اکثر مسایل بهینه‌سازی واقعی مورد بحث در حوزه‌ی مهندسی آب، از جمله مسایل بهره‌برداری بهینه از مخازن سدها، مسائلی پیچیده، غیرپیوسته، غیرمشتق‌پذیر و با درجه‌ی غیرخطی بالا می‌باشند. روش‌های سنتی و ریاضی موجود توانایی‌های محدودی برای حل این‌گونه مسائل دارند. بنابراین، استفاده از الگوریتم‌های فراکاوشی مانند الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان می‌تواند مشکل روش‌های بهینه‌سازی سنتی و ریاضی، به‌منظور حل این‌گونه مسایل را برطرف نماید. یکی از محدودیت‌های الگوریتم‌های فراکاوشی و از جمله الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان، هم‌گرایی نابهنگام و نابه‌جای الگوریتم به یک جواب بهینه‌ی محلی است. لذا در طول سالیان اخیر محققان، الگوریتم‌های مختلفی را بر پایه‌ی اصول الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان برای غلبه بر این محدودیت ارائه نمودند. در این تحقیق از بین الگوریتم مختلف پیشنهادی، چهار الگوریتم سیستم مورچگان، سیستم مورچگان نخبه، سیستم مورچگان ترتیبی و سیستم مورچگان بیشینه-کمینه به‌منظور حل دو مسأله‌ی بهره‌برداری ساده و بهره‌برداری برقابی از مخزن سد دز مورد استفاده قرار گرفت. بررسی نتایج نشان داد که الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان، الگوریتمی مناسب به‌منظور حل این مسأله است و از بین الگوریتم‌های مورد استفاده، الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه-کمینه، که در این الگوریتم با تعریف مرزهای دینامیکی برای شدت فرمون مسیرها از هم‌گرایی سریع و نابهنگام الگوریتم جلوگیری شده است، به‌تر از سایر الگوریتم‌های مورد استفاده در این تحقیق عمل نمود. با توجه به نتایج حاصل شده، استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی جامعه‌ی مورچگان و به‌ویژه الگوریتم سیستم مورچگان بیشینه-کمینه برای حل سایر مسایل بهینه‌سازی پیچیده‌ی علوم مهندسی از جمله مهندسی آب پیشنهاد می‌شود.

مراجع

1. Colorni, A., Dorigo, M., Maffoli, F., Maniezzo, V., Righini, G. and Trubian, M., "Heuristics from nature for hard combinatorial optimization problems", International Transactions on Operational Research, 3, pp. 1-21, (1997).
2. Colorni, A., Dorigo, M. and Maniezzo, V., "Ant System: An autocatailytic optimizing process", Tech.Report 91-016, Politecnico di Milano, Italy, (1991).
3. Dorigo, M., and Gambardella, L.M., "Ant colonies for traveling salesman problem", BioSystem, 43, pp. 73-81, (1997a).
4. Stutzle, T. and Hoos, H.H., "Max-Min Ant system", Future Generation Computer System, 16(9), pp. 889-914, (2000).
5. Bullnheimer, B., Hartl, R.F. and Strauss, C., "A new rank-based version of the ant system: A computational study", *Central European Journal for Operations Research and Economics*, 7(1), pp. 25-38, (1999).
6. Cordon, O., Fernandez de Viana, I., Herrena, F. and Moreno, L., "A new ACO model integrating evolutionary computation concepts: the best-worst ant system", In Proceedings of ANTS'2000-From

Ant Colonies to Artificial Ants: Second International Workshop on Ant Algorithms, Brussels, Belgium, pp. 22-29, (2000).

7. Gambardella, L.M, and Dorigo, M., "An ant colony system hybridized with a new local search for the sequential ordering problem", *INFORMS Journal on Computing,* 12(3), pp. 237-255, (2000).
8. Ali, M., Pant, M. and Abraham, A., "A hybrid ant colony differential evolution and its application to water resources problems", Proceedings of the 2009 Nature & Biologically Inspired Computing World Congress, Coimbatore, India, pp. 1133 – 1138, (2009).
9. Chandra Mohan, B. and Baskaran, R., "A survey: Ant Colony Optimization based recent research and implementation on several engineering domain", Expert Systems with Applications, 39, pp. 4618–4627, (2012).
10. Ostfeld, A., "Ant Colony Optimization for Water Resources Systems Analysis – Review and Challenges", Ant Colony Optimization - Methods and Applications, chapter 17, Published by InTech, (2011).
11. Stutzle, T., López-Ibáñez, M. and Dorigo, M., "Concise Overview of Applications of Ant Colony Optimization", Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science, John Wiley & Sons Inc, pp. 896-911, (2011).
12. Abbaspour, K.C., Schulin, R. and Van Genuchten, M.T., "Estimating unsaturated soil hydraulic parameters using ant colony optimization", Adv. water resource., 24(8), pp. 827-841, (2001).
13. Simpson, A.R., Maier, H.R., Foong, W.K., Phang, K.Y., Seah, H.Y. and Tan, C.L., "Selection of parameters for ant colony optimization applied to the optimal design of water distribution systems", Proc. Int. Congress on Modeling and Simulation, Canberra, Australia, pp. 1931-1936, (2001).
14. Maier, H.R., Simpson, A.R., Zecchin, A.C., Foong, W.K., Phang, K.Y., Seah, H.Y. and Tan, C.L., "Ant colony optimization for design of water distribution system", *J. Water Resour. Plng. and Mgmt.,* 129(3), pp. 200-209, (2003).
15. Zecchin, A.C., Simpson, A.R., Maier, H.R., Leonard, M., Roberts, A. and Berrisford, M.J., "Application of two ant colony optimisation algorithms to water distribution system optimization", Mathematical and Computer Modeling, 44, pp. 451-468, (2005).
16. Afshar, M.H., "Application of Max-Min ant algorithm to joint layout and size optimization of pipe network", Engineering optimization, 38(3), pp. 299-317, (2006).
17. Afshar, M.H., "Improving the efficiency of ant algorithms using adaptive refinement: Application to storm water network design", Advances in Water Resources, 29(9), pp. 1371-1382, (2006).
18. Afshar, M.H., and Moeini, R., "Partially and Fully Constrained Ant Algorithms for the Optimal Solution of Large Scale Reservoir Operation problems", *J. Water Resour. Manage,* 22(1), pp. 1835-1857, (2008).
19. Ostfeld, A. and Tubaltzev, A., "Ant colony optimization for least cost design of water distribution systems", *Journal of Water Resources Planning and Management Division,* ASCE, 134(2), pp. 107-

118, (2008).

20. Afshar, A., Abbasi, H. and Jalali, M.R., "Optimum Design of Water Conveyance Systems by Ant Colony Optimization Algorithms", *International Journal of Civil Engineering,* 4(1), pp. 1-13, (2006).
21. Afshar, M.H., "Layout and size optimization of tree-like pipe networks by incremental solution ants", Can. J. civ. Eng., 35, pp. 129-139, (2008).
22. Afshar, M.H., "Elitist-Mutated Ant System Versus Max-Min Ant System: Application to Pipe Network Optimization Problems", SCIENTIA IRANICA, Transaction A: Civil Engineering, 16(4), pp. 286-296, (2009).
23. Madadgar, S. and Afshar, A., "An Improved Continuous Ant Algorithm for Optimization of Water Resources Problems", Water Resource Management, 23(10), pp. 2119–2139, (2009).
24. Afshar, M.H., "A parameter free continuous Ant Colony Optimization Algorithm for the optimal design of storm sewer networks: Constrained and unconstrained approach", Advances in Engineering Software, 41, pp. 188–195, (2010).
25. Abbasi, H., Afshar, A. and Jalali, M.R., "Ant-colony-based simulation–optimization modeling for the design of a forced water pipeline system considering the effects of dynamic pressures", *Journal of Hydroinformatics,* 12(2), pp. 212-224, (2010).
26. Madadgar, S. and Afshar, A., "Forced Water main design; mixed ant colony optimization", *Int. J. Optim. Civil Eng.*, 1, pp. 47-71, (2011).
27. Moeini, R. and Afshar, M.H., "Layout and size optimization of Sanitary Sewer network using intelligent ants", Advances in Engineering Software, 51, pp. 49-62, (2012).
28. Moeini, R. and Afshar, M.H., "Constrained Ant Colony Optimization Algorithm for the layout and size optimization of sanitary sewer networks", *Urban Water journal,* 10(3), pp. 154-173, (2013).
29. Grasse, p.p., "La reconstruction dun id et les coordinations inter-individuelles chez., Bellicositermes natalensis et Cubitermes sp. La théorie de la stigmergie: essai d'interprétation du comportement des termites constructeurs. " Insectes Soc., 6, pp. 41–81,in Portuguese, (1959).
30. Manielzo, V. and Colorni, A., "The ant system: optimization by a colony of cooperating ants", *IEEE Trans. Syst Man. Cybern*., 26(1), pp. 29-42, (1996).
31. Dorigo, M., and Gambardella, L.M., "Ant colony system: A cooperaive learning approach to the traveling salesman problem", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1), pp. 53-66, (1997).
32. Winston, W. L., "Introduction to mathematical programming: application and algorithms", Duxbury Press, Belmont, CA., (1995).
33. Jalali, M.R., "Optimal design and operation of hydro systems using Ant Colony Algorithm: A new meta heuristic approach", PhD Thesis, Iran University Science and Technology, (2005).